**Тема урока*: «*Равносильность уравнений, систем. Рациональные, иррациональные уравнения и системы. Основные приемы решений*.***

**Рациональное выражение** – это алгебраическое выражение, составленное из чисел и переменной *x* с помощью операций сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень с натуральным показателем.

**Рациональное уравнение** – это равенство двух рациональных выражений.

**Дробно рациональные уравнения** — рациональные (без знака корня) уравнения, в которых левая или правая части являются дробными выражениями.

**Иррациональными** называются уравнения, содержащие переменную под знаком радикала.

Некоторые приемы, общие для всех типов уравнений.

1. Уравнение вида А(х)•В(х) = О, где А(х) и В(х) — многочлены относительно х, называют **распадающимся уравнением**.

Множество всех корней распадающегося уравнения есть объединение множеств всех корней двух уравнений А(х)=0 и В(х)=0. К уравнениям вида А(х)=0 применяется метод разложения на множители. Суть этого метода : нужно решить уравнение А(х)=0, где А(х)=А1(х)А2(х)А3(х). Уравнение А(х)=0 заменяют совокупностью простых уравнений: А1(х)=0,А2(х)=0,А3(х)=0. Находят корни уравнений этой совокупности и делают проверку. Метод разложения на множители используется в основном для рациональных и тригонометрических уравнений.

2)Уравнение вида , где А(х) и В(х) — многочлены относительно х.

3)Уравнение вида , где А(х), В(х), С(х) и D(х) — многочлены относительно х, обычно решают по следующему правилу.

 

Решают уравнение А(х)•D(х) - С(х)·В(х) = 0 и отбирают из его корней те, которые не обращают в нуль знаменатель уравнения .

**ПРИМЕР 1.**

Решим уравнение *(х2 - 5х* + 6) *(х2 + х* - 2) = 0.

Уравнение распадается на два уравнения.

*х2 - 5х +* 6 = 0 х1 = 2 и х2 = 3

*х2 + х* - 2 = 0. х3 = -2 и х4 = 1

Значит, уравнение исходное имеет корни х1= 2, х2 = 3, х3= -2, х4 =1.

Ответ. -2; 1; 2; 3.

**ПРИМЕР 2**. Решим уравнение х3-7х+6=0.

х3-х-6х+6=0

х(х2-1)-6(х-1)=0

х(х-1)(х+1)-6(х-1)=0

(х-1)(х(х+1)-6)=0

(х-1)(х2+х-6)=0

х-1=0 , х1=1; х2+х-6=0, х2=2,х3=-3.

Ответ:1;2;-3.

**ПРИМЕР 3.**

Решим уравнение **

Сначала решим уравнение

*х2 + 4х -* 21 = 0. х1 = 3 и х2 = -7

Подставив эти числа в знаменатель левой части исходного уравнения, получим

х12- х1 -6 = 9-3-6 = 0,

х22- х2 - 6 = 49 + 7 - 6 = 50 ≠0.

Это показывает, что число х1 = 3 не является корнем исходного уравнения, а число х2 =- 7 — корень этого уравнения.

Ответ. -7.

Найти корни рационального уравнения часто помогает замена неизвестного. Умение удачно ввести новую переменную - важный элемент математической культуры. Удачный выбор новой переменной делает структуру уравнения более прозрачной.

**ПРИМЕР 5.**

Решим уравнение х8 + 4х6 -10х4 + 4х2+ 1 = 0.

Число х0 = 0 не является корнем уравнения, поэтому уравнение равносильно уравнению

х4 + 4х2 - 10 + + =0

Обозначим t = ,тогда х4 +=t2-2 ,

получаем t 2 + 4t - 12 = 0, х1 = 2 и х2= -6.

Следовательно, корни уравнения найдем, объединив все корни двух уравнений: =2, и =-6,

Первое уравнение имеет два корня -1 и 1, а второе уравнение не имеет действительных корней, поэтому уравнение имеет только два корня: -1 и 1.

Ответ. -1; 1.

Решение иррациональных уравнений и систем.

Пример 1.Решите уравнение





 Ответ:3

Пример 2.Решите уравнение 





 Ответ:

Пример 3.Решите уравнение 





 Ответ:

Замена переменных

Пример 4.Решите уравнение

Пусть 

Тогда 

Следовательно,

Ответ:6

Пример 6.Решите уравнение

Пусть 

Уравнение примет вид:

4х2+5ах-44а2=0

Решаем относительно х:

D=25х2+16\*44а2=729а2

Х1=11/4а и х2=-4а

Рассмотрим случаи:

1. Если х=-4а, тогда 
2. Если х=11/4а, тогда 

Ответ:11 и -4.

Системы уравнений:

**Пример 1.** Решите систему уравнений 

**Решение:**

1)  , и  , тогда система уравнений принимает вид  ,

и решений нет.

2)  , и  , тогда система уравнений принимает вид  ,

и решений нет.

3)  , и  , тогда система уравнений принимает вид  ,

откуда  и  . Но это решение не удовлетворяет условию  .

4)  , и  , тогда система уравнений принимает вид  ,

откуда  и  . Это решение удовлетворяет обоим условиям:  , и  **.**

**Ответ:** .

**Пример 2.** Решите систему уравнений  .

**Решение:** Сделаем замены: ,  . Исходная система перепишется в виде  (условия Виета!). Отсюда находим, что *а* = 1 ,

*b* = 6 или *а* = 6 , *b* = 1 . В первом случае получаем систему уравнений , эта система имеет два решения: (3 , 2) и (-2 , -3) . Во втором случае получаем систему уравнений , эта система также имеет два решения: .

**Ответ:** .

Задания:

Для следующих уравнений назовите ОДЗ (область допустимых значений): 

Решите уравнения:

1. ****
2. ****
3. ****
4. 

Решите систему уравнений:

