Дата 27.05.2020

Преподаватель Богачева М.О.

Специальность 49.02.01 Физическая культура (подготовка обучающихся с инвалидностью и ОВЗ)

Группа Ф-1с

ОУД.04 Математика

Тема занятия:
Практическая работа №21. Решение показательных уравнений.

Задание 1. Изучите и законспектируйте в тетрадь тему «Решение показательных уравнений».

Конспект занятия

a^x – это степень
a – основание степени
x – показатель степени

Показательные уравнения – это уравнения, в которых неизвестное x находится в показателе степени.

$\boldsymbol{a^x = b}$ – общий вид показательного уравнения

Основной способ решения показательных уравнений – **приведение к одному основанию**:

$$a^x = a^n,$$

где $a > 0, a \neq 1$. **Так как равны основания степени, то равны и показатели.** Значит, $x = n$ – корень уравнения.

Как же привести обе части уравнения к одному основанию? Вспомним свойства степени и рассмотрим примеры.

Пример 1

Решите уравнение $2^x = 8$.

Решение.

Приведем левую и правую часть уравнения к одному основанию, а именно – к основанию 2, т.к. $8 = 2^3$:

$$2^x = 2^3.$$

Т.к. равны основания степени, то равны и показатели:

$$x = 3.$$

Ответ: $x = 3$.

Пример 2

Решите уравнение $25^x = 125$.

Решение.

Приведем левую и правую часть уравнения к одному основанию, а именно – к основанию 5, т.к. $25 = 5^2$ и $125 = 5^3$:

$$(5^2)^x = 5^3.$$

По свойству степени $(\boldsymbol{a^m})^{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{a^{m \cdot n}}$:

$$5^{2x} = 5^3.$$

Т.к. равны основания степени, то равны и показатели:

$$2x = 3;$$

$$x = 1{,}5.$$

Ответ: $x = 1{,}5$.

Пример 3

Решите уравнение $4^{x-1} = 1$.

Решение.

Приведем левую и правую часть уравнения к одному основанию, а именно, к основанию левой части – числу 4. Для этого вспомним свойство степени $\boldsymbol{a^0 = 1}$, где вместо *a* может быть любое число:

$$4^{x-1} = 4^0.$$

Т.к. равны основания степени, то равны и показатели:

$$x - 1 = 0;$$

$$x = 1.$$

Ответ: $x = 1$.

Пример 4

Решите уравнение $3^x = \sqrt[4]{27}$.

Решение.

Приведем левую и правую часть уравнения к одному основанию, а именно, к числу 3, т.к. $27 = 3^3$. Вспомним свойство степени с рациональным показателем $\boldsymbol{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$:

$$3^x = \sqrt[4]{3^3};$$

$$3^x = 3^{\frac{3}{4}};$$

Т.к. равны основания степени, то равны и показатели:

$$x = \frac{3}{4}$$

Ответ: $x = \frac{3}{4}$.

Пример 5

Решите уравнение $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 64$.

Решение.

Чтобы привести целое число к виду дроби или дробь к виду целого числа, воспользуемся свойством степени с отрицательным показателем $\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$. Т.е. $64 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$$

Т.к. равны основания степени, то равны и показатели:

$$x = -3$$

Ответ: $x = -3$.

Пример 6

Решите уравнение $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$.

Решение.

По свойству степени с отрицательным показателем $\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$ дроби можно привести к одному виду, т.к. $\frac{3}{2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^3$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$$

Т.к. равны основания степени, то равны и показатели:

$$2x - 1 = -3;$$

$$2x = -3 + 1;$$

$$2x = -2;$$

$$x = -1.$$

Ответ: $x = -1$.

При решении уравнений, содержащих произведение или частное степеней с одинаковым основанием, воспользуемся свойствами степени $\boldsymbol{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ и $\boldsymbol{a^n : a^m = a^{m-n}}$.

Пример 7

Решите уравнение $0{,}5^{x+7} \cdot 0{,}5^{1-2x} = 2$.

Решение.

В левой части уравнения воспользуемся свойством произведения степеней с одинаковым основанием, при этом показатели степени складываются: $0{,}5^{x+7} \cdot 0{,}5^{1-2x} = 0{,}5^{(x+7)+(1-2x)}$.

В правой части нужно число 2 привести к основанию 0,5. Воспользуемся свойством степени с отрицательным показателем, чтобы привести целое число к виду дроби: $2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 0{,}5^{-1}$.

$$0{,}5^{(x+7)+(1-2x)} = 0{,}5^{-1}.$$

Т.к. равны основания степени, то равны и показатели:

$$(x+7)+(1-2x) = -1;$$

$$x+7+1-2x = -1;$$

$$-x+8 = -1;$$

$$-x = -1-8;$$

$$-x = -9;$$

$$x = 9.$$

Ответ: $x = 9$.

Литература:

1. Учебник Алгебра и начала анализа для 10-11 класса / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров. – М.: Просвещение, 2012. – С.77-80.
2. Богачева М.О. Математика. Часть I. Корень. Степень. Логарифм: Учебно-методическое пособие для обучающихся с инвалидностью и ОВЗ. / ГБПОУ РО «ДПК». – Ростов-на-Дону, 2019. – С.47-51.
3. Российская электронная школа. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Урок 22. Показательные уравнения.
   Режим доступа: https://resh.edu.ru/subject/lesson/5627/conspect/159320/

Задание 2. Выполните практическую работу в соответствии с вашим индивидуальным заданием. Работа выполняется в письменном виде с подробным решением каждого задания, затем фотографируется или сканируется и отправляется на проверку через классного руководителя.

При решении уравнений текстовое пояснение, как в примерах, писать не нужно. Только подробные вычисления.

Срок выполнения работы – до 31 мая (воскресенье).

Распределение заданий:

Кожемяко Сергей: №74(4, 6), №75(4, 6), №76(5, 8)

Котляров Руслан: №74(3, 10), №75(2, 5), №76(2, 7)

Кошкина Мария: №74(9, 12), №75(8, 12), №76(10, 15)

Курносова Алена: №74(2, 11), №75(7, 9), №76(3, 14)

Упражнения

73. Назовите уравнения, которые являются показательными:

1) $2^x - 3 = 1$;
2) $x^2 - 3x = 1$;
3) $3^{2x} = 3^x$;
4) $2x + x^3 = 1$;
5) $2^{x-3} = 4$;
6) $(3 + x)^2 = 9$.

74. Решите уравнения способом приведения к одному основанию:

1) $15^{2x} = 15^4$;
2) $3^{4x} = 81$;
3) $9^x = 27$;
4) $2^x = \sqrt[5]{4}$;
5) $17^{x^2-16} = 1$;
6) $12^{x^2-6x+8} = 1$;
7) $5^x = 625$;
8) $13^{x-2} = 169$;
9) $8^x = 32$;
10) $10^x = \sqrt[5]{100}$;
11) $9^{x^2-25} = 1$;
12) $13^{x^2-7x-8} = 1$.

75. Решите уравнения способом приведения к одному основанию:

1) $10^x = 0{,}001$;
2) $(1{,}1)^{3x-7} = 1{,}21$;
3) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81$;
4) $7^{x+1} = \frac{1}{49}$;
5) $\left(\frac{5}{9}\right)^{2x} = \left(\frac{9}{5}\right)^4$;
6) $5^{x^2+5x-10} = \frac{1}{625}$;
7) $(0{,}5)^{2x} = 0{,}25$;
8) $(0{,}2)^{5x+8} = 0{,}008$;
9) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x} = 125$;
10) $5^{7-3x} = \frac{1}{25}$;
11) $\left(\frac{3}{19}\right)^{2x+3} = \left(\frac{19}{3}\right)^{3x+2}$;
12) $6^{x^2-6x+6} = \frac{1}{36}$.

76. Решите уравнения, применив свойства степени:

1) $2^{3x-4} \cdot 2^{5+x} = 2^9$;

2) $8^x \cdot 8^{2x-4} = 64$;

3) $9^{2x} \cdot 9^{5+x} = 81$;

4) $5^{x^2} \cdot 5^{2x} = 1$;

5) $2^{4x-1} \cdot 4^{4x-1} = 64$;

6) $\left(\frac{3}{7}\right)^{4x-3} \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{3x-4} = \frac{3}{7}$;

7) $\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-4} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{2+x} = \frac{27}{125}$;

8) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-2} \cdot 5^{3x} = 1$;

9) $4^{2x+7} \cdot 4^{3x+2} = 4^9$;

10) $5^{2x-7} \cdot 5^{6-4x} = 125$;

11) $13^{x-5} \cdot 13^{2x-2} = 169$;

12) $2^{x^2} \cdot 2^{7x+12} = 1$;

13) $10^x \cdot 100^{x-2} = 0{,}0001$;

14) $\left(\frac{9}{7}\right)^{4-5x} \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^{2-2x} = \frac{7}{9}$;

15) $\left(\frac{2}{3}\right)^{6+5x} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{3x-2} = \frac{4}{9}$;

16) $\left(\frac{1}{8}\right)^{2x-5} \cdot 8^{4-x} = 1$.

77. Решите уравнения, применив свойства степени:

1) $3^x \cdot 2^x = \frac{1}{36}$;

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{5x} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{5x} = 0{,}00001$;

3) $5^{3x+1} \cdot 2^{3x+1} = 10$;

4) $3^{2x} = 8^{2x}$;

5) $5^{2x-1} = 7^{1-2x}$;

6) $2^{2x} \cdot 5^{2x} = \sqrt[3]{100}$;

7) $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{4x-1} = 64$;

8) $2^{4x} \cdot 7^{4x} = 28^{4x}$;

9) $7^{2x-3} = 3^{2x-3}$;

10) $2^{2x-4} = 3^{x-2}$.