Дата 03.06.2020

Преподаватель Богачева М.О.

Специальность 49.02.01 Физическая культура (подготовка обучающихся с инвалидностью и ОВЗ)

Группа Ф-1с

ОУД.04 Математика

Тема занятия:
Практическая работа №21. Решение логарифмических уравнений.

Задание 1. Изучите и законспектируйте в тетрадь тему «Решение логарифмических уравнений».

Конспект занятия

$\log_a x$ – логарифм числа x по основанию a
a – основание логарифма
x – подлогарифмическое выражение

$\lg x = \log_{10} x$ – десятичный логарифм
$\ln x = \log_e x$ – натуральный логарифм

Логарифмические уравнения – это уравнения, в которых неизвестное x находится под знаком логарифма.

$\boldsymbol{\log_a x = b}$ – общий вид логарифмического уравнения, $a > 0, a \neq 1, x > 0$.

При решении логарифмических уравнений **необходима проверка**, поскольку подлогарифмическое выражение должно быть положительным.
Если при решении уравнения получается несколько корней, то проверить нужно каждый из них.

Способы решения логарифмических уравнений

1. По определению логарифма

Уравнение $\boldsymbol{\log_a x = b}$, где $a > 0, a \neq 1, x > 0$ для любого числа b имеет единственный корень $\boldsymbol{x = a^b}$.

Пример 1

Решите уравнение $\log_2 x = 3$.

Решение.

По определению логарифма:

$$x = 2^3;$$

$$x = 8.$$

Выполним проверку (чтобы подлогарифмическое выражение было положительным):

8 > 0, значит $x = 8$ – корень уравнения.

Ответ: $x = 8$.

Пример 2

Решите уравнение $\log_5 x = -2$.

Решение.

По определению логарифма:

$$x = 5^{-2};$$

$$x = \frac{1}{5^2}$$

$$x = \frac{1}{25}$$

Выполним проверку (чтобы подлогарифмическое выражение было положительным):

$\frac{1}{25} > 0$, значит $x = \frac{1}{25}$ – корень уравнения.

Ответ: $x = \frac{1}{25}$.

Пример 3

Решите уравнение $\log_3(5x - 1) = 2$.

Решение.

По определению логарифма:

$$5x - 1 = 3^2;$$

$$5x - 1 = 9;$$

$$5x = 10;$$

$$x = 2.$$

Выполним проверку (чтобы подлогарифмическое выражение было положительным):

при $x = 2$ $5x - 1 = 5 \cdot 2 - 1 = 9 > 0$, значит $x = 2$ – корень уравнения.

Ответ: $x = 2$.

Пример 4

Решите уравнение $\lg(3x - 1) = 0$.

Решение.

По определению логарифма:

$$3x - 1 = 10^0;$$

$$3x - 1 = 1;$$

$$3x = 2;$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Выполним проверку (чтобы подлогарифмическое выражение было положительным):

при $x = \frac{2}{3}$ $3x - 1 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 1 = 2 - 1 = 1 > 0$, значит $x = \frac{2}{3}$ – корень уравнения.

Ответ: $x = \frac{2}{3}$.

2. Потенцирование

Если $\log_a x_1 = \log_a x_2$, где $a > 0, a \neq 1, x_1 > 0, x_2 > 0$, то $x_1 = x_2$.

Пример 5

Решите уравнение $\log_3(x^2 - 3) = \log_3(2x)$.

Решение.

Потенцируем:

$$x^2 - 3 = 2x;$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0.$$

Решая квадратное уравнение, получим корни $x_1 = -1$ и $x_2 = 3$.

Выполним проверку (подставляем оба корня в подлогарифмические выражения):

1) при $x_1 = -1$: $x^2 - 3 = (-1)^2 - 3 = 1 - 3 = -2 < 0$, значит $x_1 = -1$ – посторонний корень;
2) при $x_2 = 3$: $x^2 - 3 = 3^2 - 3 = 9 - 3 = 6 > 0$ и $2x = 2 \cdot 3 = 6 > 0$, значит $x_2 = 3$ –корень уравнения.

Ответ: $x = 3$.

Пример 6

Решите уравнение $\log_3(5x + 3) = \log_3(7x + 5)$.

Решение.

Потенцируем:

$$5x + 3 = 7x + 5;$$

$$5x - 7x = -3 + 5;$$

$$-2x = 2;$$

$$x = -1.$$

Выполним проверку (подставляем корень в подлогарифмические выражения):

1) $5x + 3 = 5 \cdot (-1) + 3 = -5 + 3 = -2 < 0$;
2) $7x + 5 = 7 \cdot (-1) + 5 = -7 + 5 = -2 < 0$;

Ответ: нет корней.

3. Приведение к квадратному уравнению (способ замены)

Пример 7

Решите уравнение $\log_2^2 x + \log_2 x - 6 = 0$.

Решение.

Выполним замену $\log_2 x = t$. Исходное уравнение сведется к квадратному:

$$t^2 + t - 6 = 0.$$

Решая квадратное уравнение, получим корни $t_1 = -3$ и $t_2 = 2$.

Возвращаемся к замене:

1) $\log_2 x = -3$.
   По определению логарифма $x = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$.
2) $\log_2 x = 2$.
   По определению логарифма $x = 2^2 = 4$.

Выполним проверку:
$\frac{1}{8} > 0$ и $4 > 0$, значит, уравнение имеет два корня: $x_1 = \frac{1}{8}$, $x_2 = 4$.

Ответ: $x_1 = \frac{1}{8}$, $x_2 = 4$.

Литература:

1. Учебник Алгебра и начала анализа для 10-11 класса / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров. – М.: Просвещение, 2012. – С.105-109.
2. Богачева М.О. Математика. Часть I. Корень. Степень. Логарифм: Учебно-методическое пособие для обучающихся с инвалидностью и ОВЗ. / ГБПОУ РО «ДПК». – Ростов-на-Дону, 2019. – С.52-55.
3. Российская электронная школа. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Урок 27. Логарифмические уравнения.
   Режим доступа: https://resh.edu.ru/subject/lesson/4732/start/198842/

Задание 2. Выполните практическую работу в соответствии с вашим индивидуальным заданием. Работа выполняется в письменном виде с подробным решением каждого задания, затем фотографируется или сканируется и отправляется на проверку через классного руководителя.

При решении уравнений текстовое пояснение, как в примерах, <u>писать не нужно</u>. Только подробные вычисления.

Срок выполнения работы – до 7 июня (воскресенье).

Распределение заданий:

Кожемяко Сергей: № 81 (2, 3), № 84 (5, 8), № 85 (1, 4)

Котляров Руслан: № 81 (5, 6), № 84 (1, 3), № 85 (3, 6)

Кошкина Мария: № 81 (7, 10), № 84 (2, 4), № 85 (2, 5)

Курносова Алена: № 81 (1, 4), № 84 (6, 7), № 85 (7, 8)

Упражнения

80. Назовите уравнения, которые являются логарифмическими:

1) $\log_2 x = 3$;
2) $\log_2 8 = x$;
3) $\log_2 4 + x = 8$;
4) $\log_2 (4 + x) = 3$;
5) $\log_2 x = \log_2 3$;
6) $\log_2 8 = 3^x$.

81. Решите уравнения, используя определение логарифма:

1) $\log_7 (4x + 1) = 2$;
2) $\lg (3x - 1) = 0$;
3) $\log_{\frac{1}{3}} (15 - 2x) = -1$;
4) $\log_6 \left(45 - x^2\right) = 2$;
5) $\log_4 \left(x^2 + 3x\right) = 1$;
6) $\log_3 (12 - x) = 4$;
7) $\lg (2 - 5x) = 0$;
8) $\log_{\frac{1}{5}} (3x + 4) = -2$;
9) $\log_3 \left(x^2 - 3\right) = 0$;
10) $\log_4 \left(x^2 - 6x\right) = 2$.

82. Решите уравнения, применив свойства логарифма:

1) $\log_{11} (3x - 5) + \log_{11} x = \log_{11} 2$;
2) $\log_3 (x + 1) + \log_3 x = \log_3 6$;
3) $\log_3 (x + 1) + \log_3 (x - 2) = \log_3 10$;
4) $\lg (16 + 4x) = \lg 8 + \lg x$;
5) $\log_7 (2x - 3) + \log_7 (x - 1) = \log_7 3$;
6) $\log_9 (2x + 1) + \log_9 (x + 5) = \log_9 5$;
7) $\log_{\sqrt{6}} (x - 4) + \log_{\sqrt{6}} (x + 1) = 2$;
8) $\log_{\sqrt{8}} (x - 6) + \log_{\sqrt{8}} (x + 1) = 2$;
9) $\log_2 (5 - 6x) = \log_2 (4x + 1) + 1$;
10) $\log_4 (3 + 5x) = \log_4 (1 + x) + 1$.

83. Решите уравнения, применив свойства логарифма:

1) $\log_3(12-3x)-\log_3 8=2$;

2) $\log_5(5x-7)-\log_5 3=0$;

3) $\log_2(x-3)-\log_2(x+1)=1$;

4) $\log_8(2x-4)-\log_8(x-2)=1$;

5) $\log_3(1-x)-\log_3(15+3x)=-1$;

6) $\log_2(2+x)-\log_2(7x-6)=-1$;

7) $\log_{\frac{1}{5}}(x+10)-\log_{\frac{1}{5}}(x-2)=-1$;

8) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3)-\log_{\frac{1}{2}}(1-x)=-2$.

84. Решите уравнения способом потенцирования:

1) $\lg(10-2x)=\lg(x+1)$;

2) $\log_{\frac{1}{3}}(x+4)=\log_{\frac{1}{3}}5x$;

3) $\log_9\left(x^2-2x\right)=\log_9 3$;

4) $\lg\dfrac{x+9}{x+1}=\lg x$;

5) $\ln(3-5x)=\ln(2x+10)$;

6) $\log_{\frac{1}{8}}(x+6)=\log_{\frac{1}{8}}(2x-7)$;

7) $\log_3\left(x^2+2x\right)=\log_3 8$;

8) $\log_2\dfrac{12x+42}{17-3x}=\log_2 6$.

85. Решите уравнения способом замены:

1) $\log_2^2 x-7\log_2 x+6=0$;

2) $\log_3^2 x+2\log_3 x-8=0$;

3) $2\log_2^2 x-3\log_2 x+1=0$;

4) $2\log_5^2 x+3\log_5 x-2=0$;

5) $8\log_9^2 x-2\log_9 x-1=0$;

6) $\log_2^2 x-5\log_2 x-6=0$;

7) $\log_4^2 x+2\log_4 x-3=0$;

8) $3\log_3^2 x-10\log_3 x+3=0$;

9) $2\log_4^2 x+5\log_4 x-3=0$;

10) $2\log_7^2 x-5\log_7 x+2=0$.